Strumenti Matematici per la Fisica

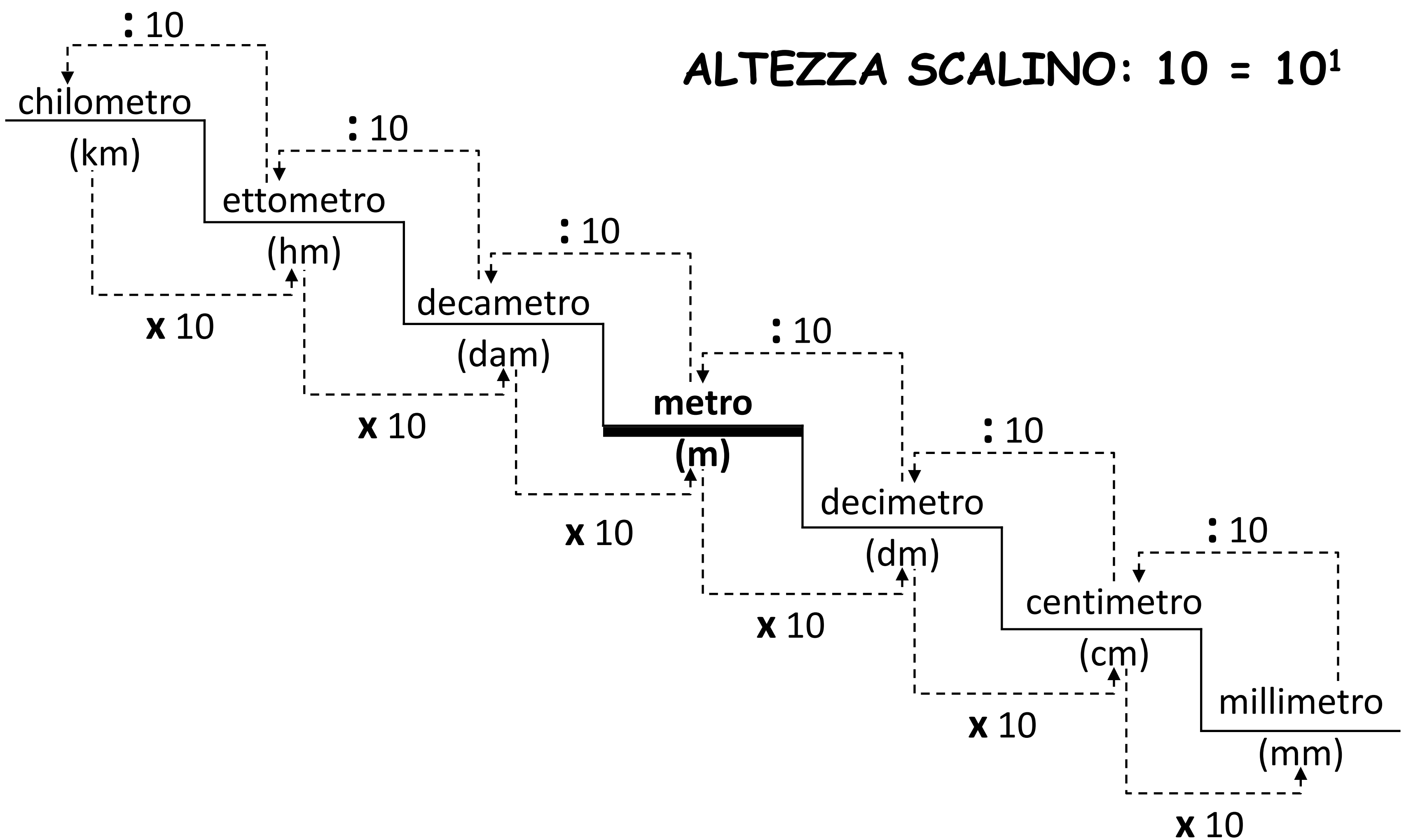
Strumenti Matematici per la Fisica

- Sistema Metrico Decimale
- Equivalenze
- Potenze di 10
- Notazione scientifica (o esponenziale)
- Ordine di Grandezza
- Approssimazioni
- Proporzioni e Percentuali
- Relazioni fra Grandezze Fisiche

Sistema Metrico Decimale

Il Sistema Metrico Decimale si chiama così perché nella scala delle misure si procede con passo 10 e/o multiplo di 10.

ALTEZZA SCALINO: 10 = 10^1

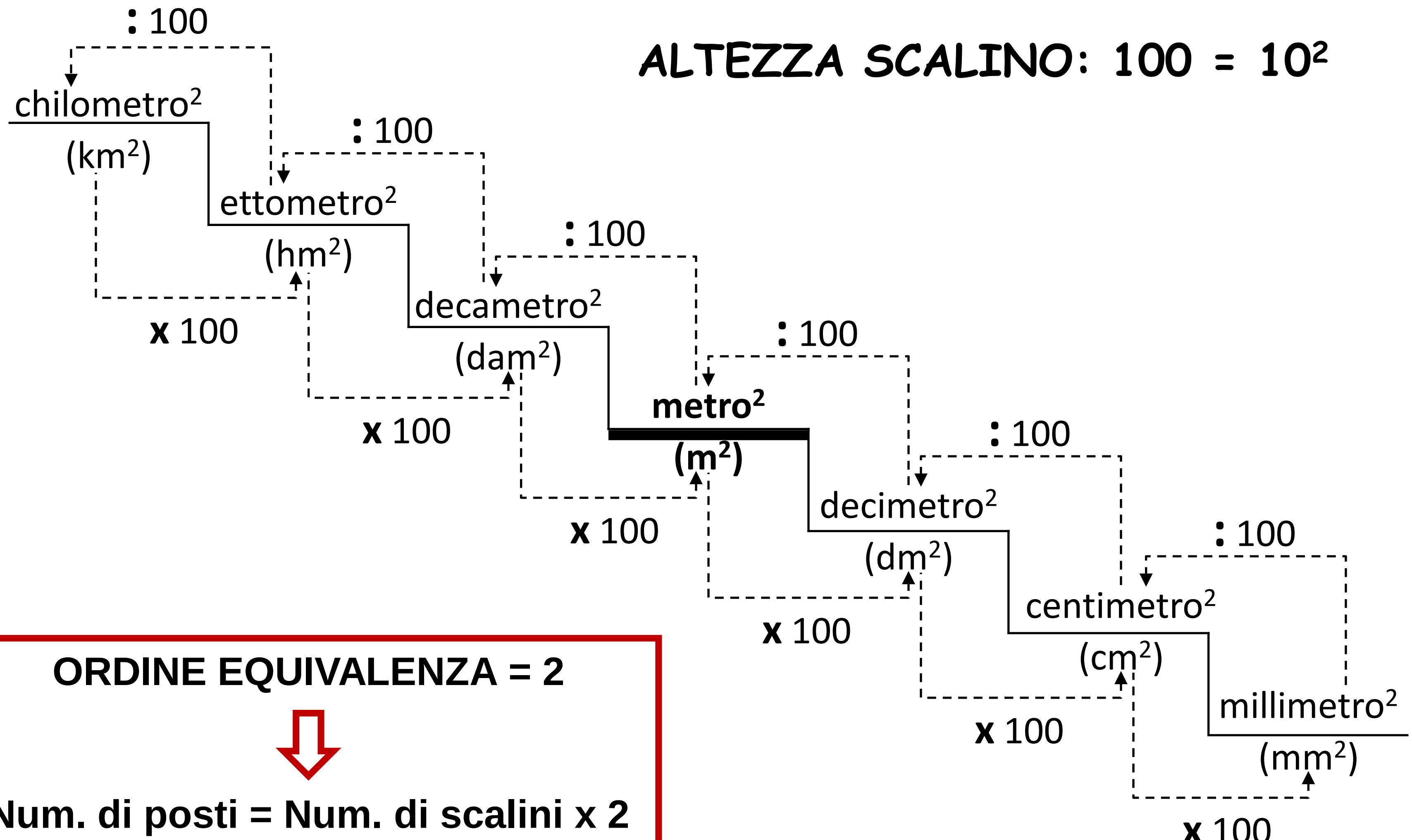


Sistema Metrico Decimale

Misure Superficiali

$$1\ m^2 = (1\ m)\ (1\ m) = (10^1\ dm)\ (10^1\ dm) = 10^2\ dm^2 = 100\ dm^2$$

ALTEZZA SCALINO: 100 = 10^2



ORDINE EQUIVALENZA = 2

⇩

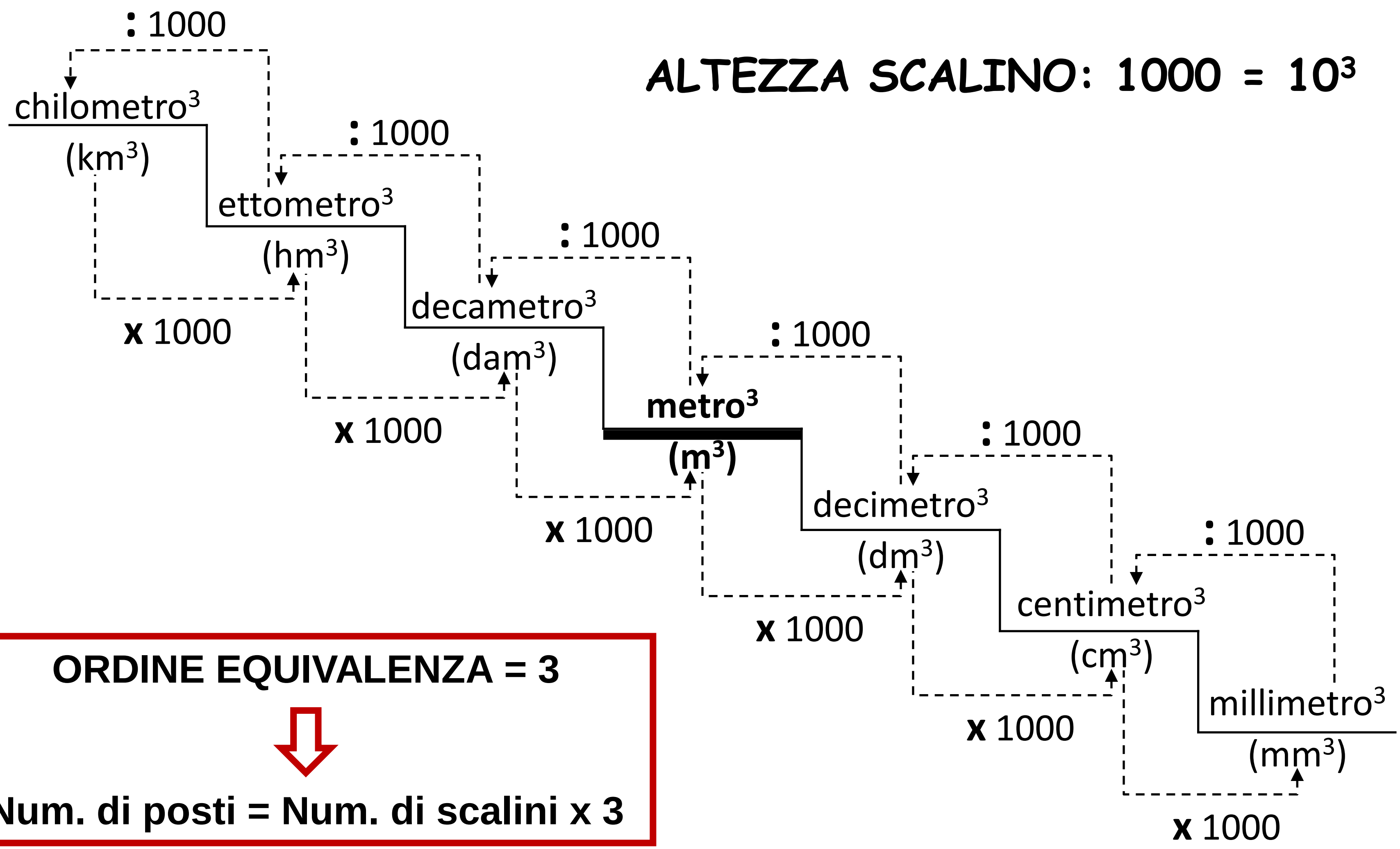
Num. di posti = Num. di scalini x 2

Sistema Metrico Decimale

Misure Volumetriche

$$1\ m^3 = (1\ m)\ (1\ m\ )\ (1\ m\ ) = (10^1\ dm)\ (10^1\ dm)\ (10^1\ dm) = 10^3\ dm^3 = 1000\ dm^3$$

ALTEZZA SCALINO: 1000 = 10^3



ORDINE EQUIVALENZA = 3

⇩

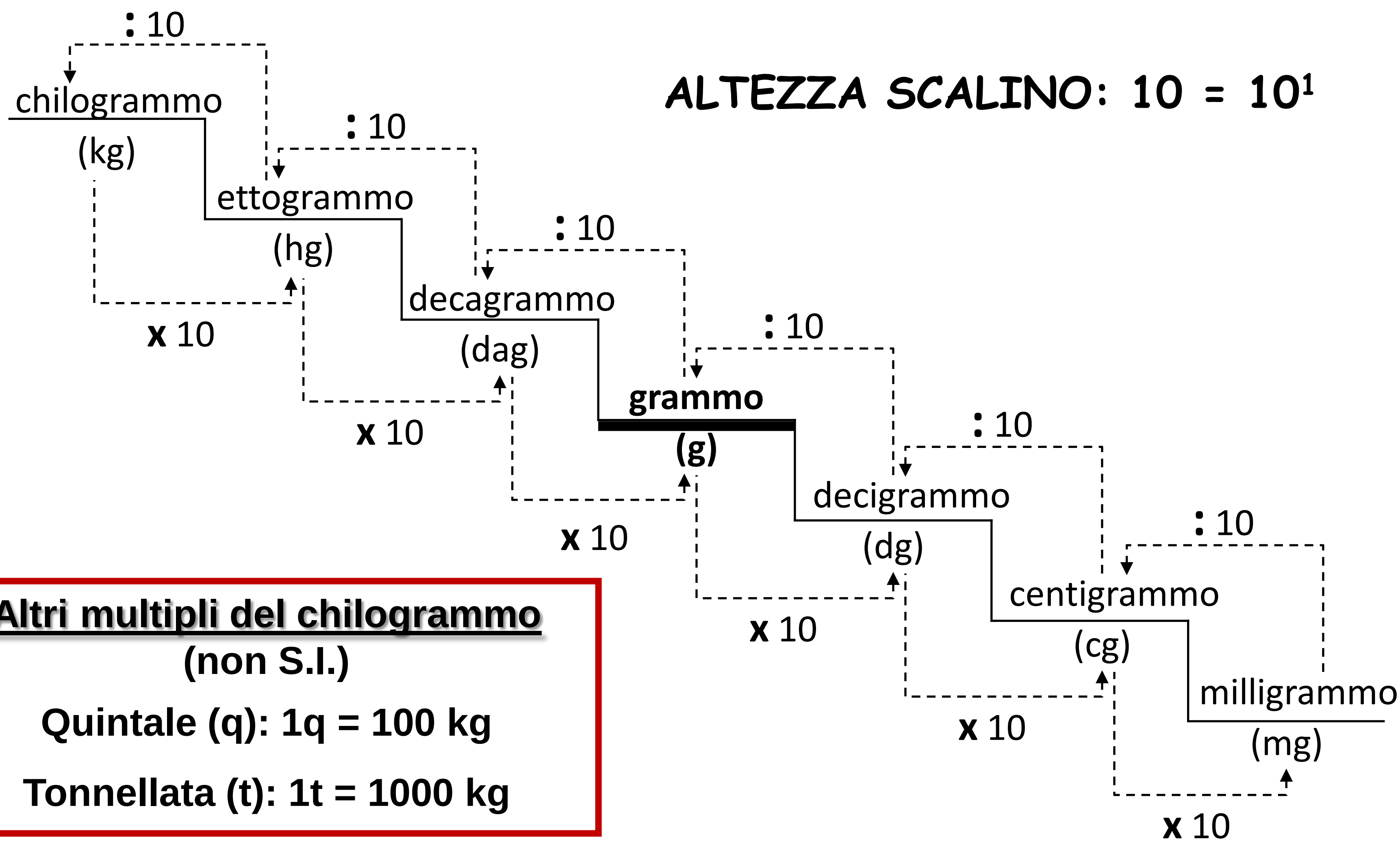
Num. di posti = Num. di scalini x 3

Sistema Metrico Decimale

Misure di Massa

La scala delle masse è identica a quella delle lunghezze, con la sola differenza di avere il grammo a posto del metro (e quindi nei simboli "**g**" al posto di "**m**").

ALTEZZA SCALINO: 10 = 10^1



Altri multipli del chilogrammo
(non S.I.)

Quintale (q): 1q = 100 kg

Tonnellata (t): 1t = 1000 kg

Sistema Metrico Decimale

Misure di Capacità

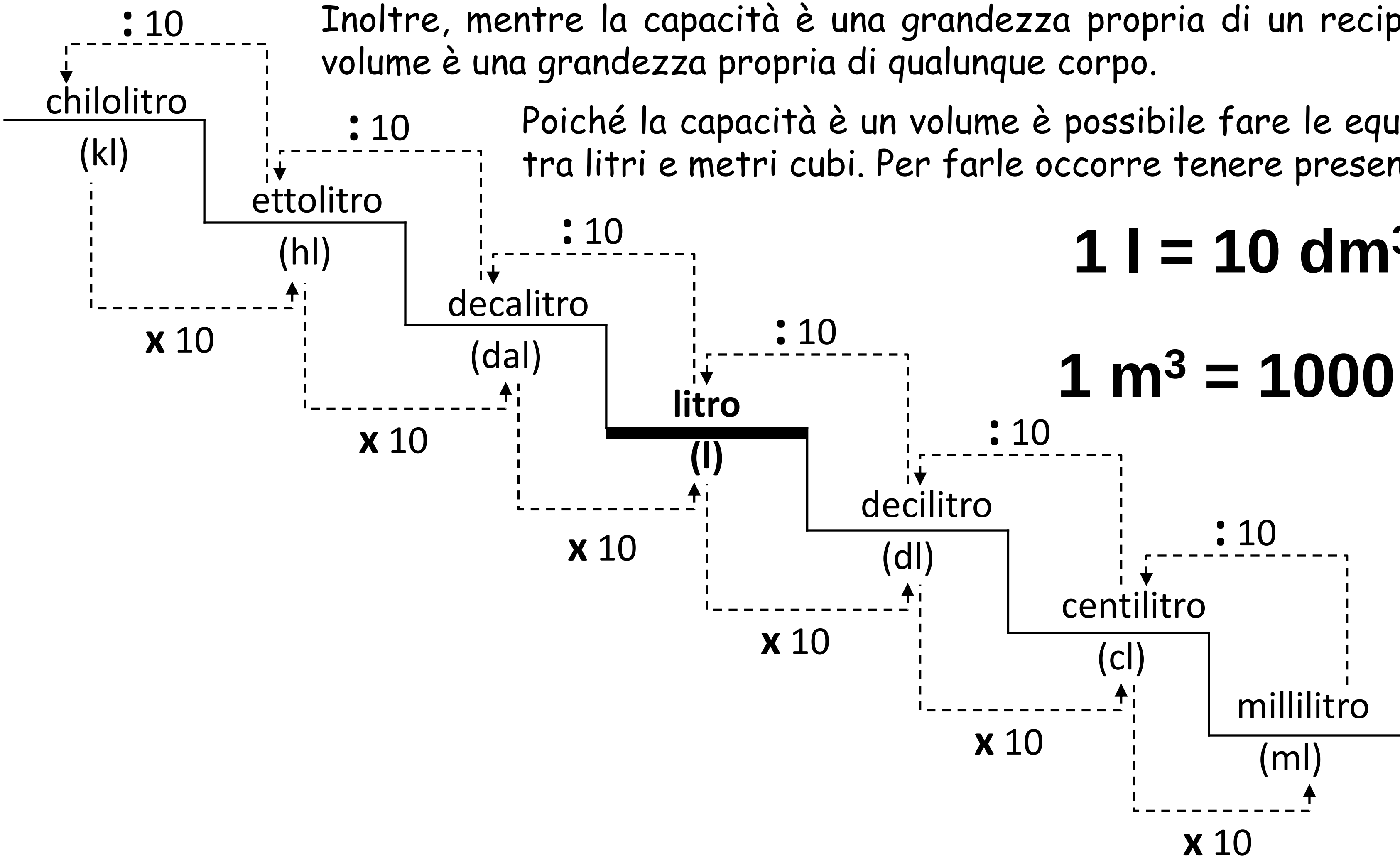
La **capacità** corrisponde al **volume** di fluido che un recipiente può ospitare, mentre il volume può riferirsi a qualsiasi stato di aggregazione (solido, liquido, gassoso).

Inoltre, mentre la capacità è una grandezza propria di un recipiente, il volume è una grandezza propria di qualunque corpo.

Poiché la capacità è un volume è possibile fare le equivalenze tra litri e metri cubi. Per farle occorre tenere presente che:

$$1\ l = 10\ dm^3$$

$$1\ m^3 = 1000\ l$$



Equivalenze

Per imparare a fare le equivalenze con il sistema metrico decimale, bisogna innanzitutto conoscere la scala delle misure ed **impararla a memoria**!!!

	chilometro (km)	
	ettometro (hm)	
	decametro (dam)	
:	**metro (m)**	x
	decimetro (dm)	
	centimetro (cm)	
	millimetro (mm)	

Esistono altri multipli e sottomultipli, ma per ora non li considereremo.
Quindi, per la scala che stiamo considerando, il km è la misura più grande e il millimetro è la misura più piccola.

In un'equivalenza si deve moltiplicare o dividere a seconda di quello che si deve fare:

- se si deve trasformare **un'unità di misura più grande in una più piccola** (cioè "scendere" nella scala) si deve **moltiplicare**, cioè spostare la virgola **verso destra** e/o aggiungere tanti zeri **a destra**, per quanti sono i posti di cui ci si sposta;
- se si deve trasformare **un'unità di misura più piccola in una più grande** (cioè "salire" nella scala) si deve **dividere**, cioè spostare la virgola **verso sinistra** e/o aggiungere tanti zeri **a sinistra**, per quanti sono i posti di cui ci si sposta.

Equivalenze

Facciamo qualche esempio:

chilometro (km)
ettometro (hm)
decametro (dam)
metro (m)
decimetro (dm)
centimetro (cm)
millimetro (mm)

ES. 1: 3 km = ? m

da chilometri a metri devi "scendere" di 3 posti sulla scala (hm, dam e m) e quindi devi moltiplicare per 1000, cioè aggiungere 3 zeri:

3 km = 3000 m

ES. 2: 240000 cm = ? hm

da centimetri a ettometri devi "salire" di 4 posti verso sinistra sulla scala (dm, m dam, hm) e quindi devi dividere per 10.000, cioè spostare la virgola verso sinistra di 4 posti:

24000 cm = 2,4000 hm = 2,4 hm

0,036 dm = 0,000036 hm	0,036 dm^2 = 0,000000036 hm^2
33,7 m = 0,0337 km	33,7 m^2 = 0,0000337 km^2
0,089 dam = 890 mm	0,089 dam^3 = 89000000000 mm^3
87 cm = 0,87 m	87 cm^3 = 0,000087 m^3
1600 g = 1,6 kg	340,5 hg = 34050 g
0,007 kg = 7 g	750 mg = 0,750 g

Potenze di 10

$$10^n = \text{Potenza ennesima di 10, dove } \begin{cases} 10 = BASE \\ n = ESPONENTE \end{cases}$$

ESPONENTE POSITIVO

$$10^n = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 10}_{n \ volte}$$

Ad es. $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

L'esponente è uguale al numero di zeri che SEGUONO "1" nella forma decimale del numero.

ESPONENTE NEGATIVO

$$10^{-n} = \underbrace{\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{10}}_{n \ volte}$$

Ad es. $10^{-3} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = 0{,}001$

L'esponente è uguale al numero di zeri che PRECEDONO "1" nella forma decimale del numero.

Potenze di 10

Regole delle Potenze

$$10^0 = 1 \qquad 10^1 = 10$$

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b} \qquad 10^a / 10^b = 10^{a-b} \qquad \left(10^a\right)^b = 10^{a \cdot b} \qquad \sqrt[b]{10^a} = 10^{a/b}$$

Vediamo qualche esempio nei casi in cui $a = \pm 2$ e $b = \pm 3$

$$10^{+2} \cdot 10^{+3} = 10^{[(+2)+(+3)]} = 10^{(+2+3)} = 10^{+5}$$
$$10^{+2} \cdot 10^{-3} = 10^{[(+2)+(-3)]} = 10^{(+2-3)} = 10^{-1}$$
$$10^{-2} \cdot 10^{+3} = 10^{[(-2)+(+3)]} = 10^{(-2+3)} = 10^{+1}$$
$$10^{-2} \cdot 10^{-3} = 10^{[(-2)+(-3)]} = 10^{(-2-3)} = 10^{-5}$$

$$10^{+2} / 10^{+3} = 10^{[(+2)-(+3)]} = 10^{(+2-3)} = 10^{-1}$$
$$10^{+2} / 10^{-3} = 10^{[(+2)-(-3)]} = 10^{(+2+3)} = 10^{+5}$$
$$10^{-2} / 10^{+3} = 10^{[(-2)-(+3)]} = 10^{(-2-3)} = 10^{-5}$$
$$10^{-2} / 10^{-3} = 10^{[(-2)-(-3)]} = 10^{(-2+3)} = 10^{+1}$$

$$\left(10^{+2}\right)^{+3} = 10^{[(+2)\cdot(+3)]} = 10^{+6}$$
$$\left(10^{+2}\right)^{-3} = 10^{[(+2)\cdot(-3)]} = 10^{-6}$$
$$\left(10^{-2}\right)^{+3} = 10^{[(-2)\cdot(+3)]} = 10^{-6}$$
$$\left(10^{-2}\right)^{-3} = 10^{[(-2)\cdot(-3)]} = 10^{+6}$$

$$\sqrt[3]{10^2} = 10^{2/3}$$
$$\sqrt[2]{10^4} = 10^{4/2} = 10^2$$

Notazione Esponenziale o Scientifica

In fisica si ha a che fare sia con numeri molto grandi sia con numeri molto piccoli, come ad esempio la *Distanza terra-sole: 149000000000 m* oppure il *Raggio dell'atomo di idrogeno: 0,00000000005 m.*
Scrivere questi numeri normalmente è scomodo e si rischia di sbagliare. Possiamo però scriverli in forma compatta come **prodotto di un altro numero compreso fra 1 e 10 per una potenza di 10**, usando cioè la **notazione esponenziale.**

Nella **NOTAZIONE ESPONENZIALE** si deve quindi mettere la **prima cifra diversa da 0** del numero di partenza, **la virgola** e **tutte le altre cifre**; poi **moltiplicare per la potenza di 10** con esponente dato dal **numero di posti di cui si è spostata la virgola**. L'esponente è:

- **POSITIVO se il numero di partenza è maggiore di 1**
- **NEGATIVO se il numero di partenza è minore di 1 (cioè se inizia per zero)**

Esempi:

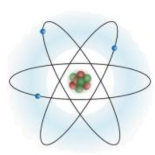
$149000000000\ m = 1{,}49 \cdot 10^{+11}\ m$; $0{,}00000000005\ m = 5{,}0 \cdot 10^{-11}\ m$;

$1234{,}56 = 1{,}23456 \cdot 10^{+3}$; $0{,}000060987 = 6{,}0987 \cdot 10^{-5}$;

$99{,}6789 = 9{,}96789 \cdot 10^{+1}$; $0{,}003676543 = 3{,}676543 \cdot 10^{-3}$;

Ordine di Grandezza

Come abbiamo già detto in fisica si ha a che fare con grandezze infinitamente piccole (ad es. la massa di particelle subatomiche) e con grandezze infinitamente grandi (ad es. le dimensioni delle galassie).
Consideriamo ad esempio



Massa dell'elettrone: $9{,}109 \times 10^{-31}$ kg

Massa di un uomo: $8{,}5 \times 10$ kg

Massa del Sole: $1{,}98 \times 10^{+30}$ kg

Proprio per questa estrema variabilità è utile avere un'idea immediata, anche se approssimativa, del valore del nostro dato.
Per ottenere ciò consideriamo l'ordine di grandezza, che è così definito:

Ordine di Grandezza (OdG)

OdG 2/2

L'**Ordine di Grandezza** di una misura è la potenza di 10 più vicina al dato.

Per determinare l'OdG di un dato occorre:

1. Esprimere il dato in notazione esponenziale;
2. Valutare l'esponente della potenza di 10 e la prima cifra del dato:
    1. Se la prima cifra è $< 5 \Rightarrow$ OdG = Esponente;
    2. Se la prima cifra è $\geq 5 \Rightarrow$ OdG = Esponente +1.

Esempi:

1. Massa del Sole: $1{,}98 \times 10^{+30}$ kg => OdG = 10^{+30} kg;
2. Massa dell'elettrone: $9{,}1093826 \times 10^{-31}$ kg => OdG = 10^{-30} kg;
3. Raggio della Terra: $6{,}371 \times 10^{+6}$ m => OdG = 10^{+6} m;
4. Raggio Nucleo atomo idrogeno: $1{,}5 \times 10^{-15}$ m => OdG = 10^{-15} m;

Approssimazioni

Approssimare un numero ad una data cifra decimale significa **eliminare** tutte le cifre che **seguono** la cifra decimale a cui vogliamo approssimare il nostro numero.
Nell'eliminare le cifre eccedenti occorre seguire le seguenti regole:

- **Approssimazione per difetto**: Se **la prima cifra** che si deve togliere è **minore di 5** allora si elimina tale cifra e tutte quelle che seguono senza fare altro;
- **Approssimazione per eccesso**: Se **la prima cifra** che si deve togliere è **maggiore o uguale a 5** allora si elimina tale cifra e tutte quelle che seguono **sommando 1** all'**ultima cifra** che resta, facendo attenzione agli eventuali riporti.

Ad esempio, dato il numero 9,9546, eseguiamo le seguenti approssimazioni:

Alla II cifra decimale: $9{,}9546 \sim 9{,}95;$

Alla I cifra decimale: $9{,}9546 \sim 10{,}0;$

Alle unità: $9{,}9546 \sim 10;$

Proporzioni e Percentuali

Una **PROPORZIONE** è una uguaglianza tra due rapporti:

A,D = Estremi
B,C = Medi;

$$A : B = C : D$$

per cui vale:

$$B \cdot C = A \cdot D$$

"A" sta a "B"
come
"C" sta a "D"

Una **PERCENTUALE** è una particolare proporzione in cui uno dei termini è fisso a 100:

$$P : 100 = N : T$$

per cui vale:

$$N = (P \cdot T)/100$$

P = Percentuale;
N = Quantità %;
T = Totale;

Relazioni fra Grandezze Fisiche

Due grandezze fisiche sono **DIRETTAMENTE PROPORZIONALI** se il loro **rapporto** è costante:

$$(y, x) \text{ DIRETTAMENTE PROPORZIONALI} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = k \quad \text{(cost.)}$$

Il grafico della variabile dipendente y in funzione della variabile indipendente x è una **retta passante per l'origine**.

Due grandezze fisiche sono **INVERSAMENTE PROPORZIONALI** se il loro **prodotto** è costante:

$$(y, x) \text{ INVERSAMENTE PROPORZIONALI} \Leftrightarrow y \cdot x = k \quad \text{(cost.)}$$

Il grafico della variabile dipendente y in funzione della variabile indipendente x è una **iperbole**.